

CS 512, Spring 2014

Examples in Propositional Logic

Assaf Kfoury

1 Example: $P \vdash Q \rightarrow (P \wedge Q)$

1	P	premise
2	Q	assume
3	$P \wedge Q$	\wedge i 1, 2
4	$Q \rightarrow (P \wedge Q)$	\rightarrow i

2 Example: $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash P \wedge Q \rightarrow R$

1	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	premise
2	$P \wedge Q$	assume
3	P	\wedge e ₁ 2
4	$Q \rightarrow R$	\rightarrow e 1, 3
5	Q	\wedge e ₂ 2
6	R	\rightarrow e 4, 5
7	$P \wedge Q \rightarrow R$	\rightarrow i

3 Example: $P \wedge Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

1	$P \wedge Q \rightarrow R$	premise
2	P	assume
3	Q	assume
4	$P \wedge Q$	\wedge i 2, 3
5	R	\rightarrow e 1, 4
6	$Q \rightarrow R$	\rightarrow i
7	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	\rightarrow i

4 Example: $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$

1	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	premise
2	$P \rightarrow Q$	assume
3	P	assume
4	Q	\rightarrow e 2, 3
5	$Q \rightarrow R$	\rightarrow e1, 3
6	R	\rightarrow e 5, 4
7	$P \rightarrow R$	\rightarrow i
8	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$	\rightarrow i

5 Example: $P \wedge \neg Q \rightarrow R, \neg R, P \vdash Q$

1	$P \wedge \neg Q \rightarrow R$	premise
2	$\neg R$	premise
3	P	premise
4	$\neg Q$	assume
5	$P \wedge \neg Q$	\wedge i 3,4
6	R	\rightarrow e 1,5
7	\perp	\neg e 6,2
8	$\neg\neg Q$	\neg i
9	Q	$\neg\neg$ e 8